

LEZIONE SUI DISPOSITIVI A SINGOLO ELETTRONE

Stefano
Giordano

H

1 Ragioni per l'introduzione delle tecniche alternative ai dispositivi a semiconduttore.

Lo sviluppo dei dispositivi elettronici basati
sulla frice. a semiconduttore è ben descritta
dalle cosiddette legge d. Moore che quantifica
la densità di integrazione (numero d. transistors
per unità d. area d. chip) al variare del
tempo negl. ultimi venti-trenta anni.

In sostanza tale legge afferma che la
densità di dispositivi redoppia ogni 24 mesi
(in realtà la legge originale, formulata
intorno al 1965 riportava 12 mesi, poi
corretti a 18 ed infine a 24) descrivendo
perfettamente l'evoluzione delle tecnologia negl.
ultimi venti anni almeno.

L2

Si ritiene tuttavia che la tecnologia a
semiconduttore stia raggiungendo una
certa saturazione dovuta a differenti ragioni
fisiche che discutiamo preventivamente:

A) Limitazioni dovute al principio di indeterminazione:

Con il livello di integrazione sempre più alto
il singolo dispositivo diventa così
minimamente utilizzato da far intervenire le leggi
della meccanica quantistica per la sua
trattazione. Ciò può comportare deviazioni
del comportamento classicamente atteso.

B) Limitazioni dovute al limite tecnico:

Con l'aumento del livello di integrazione
la potenza dissipata a ciascun dispositivo
deve essere estremamente bassa - Nel
caso in cui diversi "inferi" dell'energia
termica il rapporto segnale - rumore
del dispositivo sarebbe molto scadente.

C) Limitazioni dovute alla dissipazione d'energia [3]

L'alto livello di integrazione limita la possibilità di dissipare l'energia termica prodotta per effetto Joule venendo a mancare il mezzo materiale che possa condurre il calore verso l'esterno.

D) Limitazioni dovuti a break-down ed effetti valanga

la riduzione delle dimensioni obbliga ad elevare i campi elettrici al fin d. mantenere ragionevoli valori delle d.d.p. (sì pena alle relazioni $V = E \cdot d$ in un condensatore con V costante e d sempre più piccolo...). L'aumento del campo elettrico non è sempre sopportato dai materiali che generano sotture d. tipo break-down o valanga.

E] Introduzione ai dispositivi a singolo elettrone.

14

Per le ragioni precedentemente discusse c'è stata avviata da anni la ricerca di nuove tecnologie che possano essere competitive con la fisica dei semiconduttori.

Una di queste è basata sui dispositivi a singolo elettrone che introduciamo qui.

L'elemento essenziale è detto QUANTUM DOT e sostanzialmente è una piccola parte metallica (per esempio sferica o semi-sferica se depositata su un substrato) sul quale è possibile depositare carica anche in quantità molto ridotte (al limite uno o due elettroni).

Per lo trattare de segue sono indispensabili due ipotesi fondamentali:

A] [5] L'energia immagazzinata nel quantum-dot deve essere molto maggiore dell'energia termica; l'energia di un conduttore carico isolato è data da:

$$\Delta W = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

nel caso peggiore di carica mediante un singolo elettrone $1 \cdot hz$:

$$\Delta W = \frac{1}{2} \frac{e^2}{C}$$

Dove quindi esser verificata la seguente:

$$\boxed{\frac{e^2}{2C} \gg kT}$$

$$\left(\begin{array}{l} C = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ fF} \\ k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \end{array} \right)$$

Questo serve per assicurare la stabilità anche del singolo elettrone all'interno del quantum-dot relativamente alle fluttuazioni termiche.

B La seconda condizione serve per
assicurare il confinamento dell'
elettrone entro il quantum-dot, cioè
a confinare la funzione d'onda
dell'elettrone all'interno del conduttore.

Visto che deve essere $\Delta W \cdot \Delta t > h$

($h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{sec}$), supponendo d- concavo
il quantum dot con un circuito R-C
aventi costanti d- tempo $\Delta t = R \cdot C$

si ottiene :

$$\frac{e^2}{2C} \cdot R \cdot C > h$$

da cui :

$$\boxed{R \gg \frac{2h}{e^2}} \quad (\approx 50 \text{ K}\Omega)$$

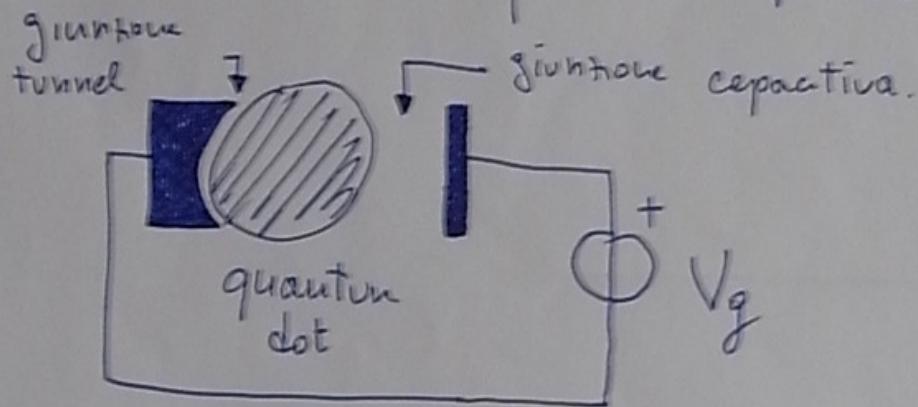
3 Principio d. funzionamento di una
SINGLE-ELECTRON BOX

[7]

Si tratta di:

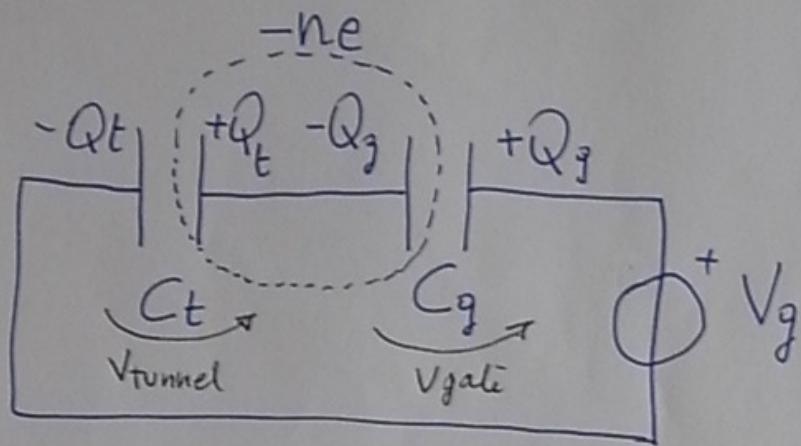
- un quantum dot
- una giunzione Tunnel
- una giunzione capacitiva

E' il dispositivo più semplice:



La giunzione tunnel può lasciare passare elettroni per effetto Tunnel; la giunzione capacitiva è idealmente isolante.

Si vuole controllare con la d.d.p. V_g il numero di elettroni da entrare nel quantum-dot. Il circuito equivalente è il seguente:



I deduciamo, se non passano elettroni nelle giunture tunnel, si ha $Q_t = Q_g$ ed il circuito è puramente elettostatico.

Supponiamo ora che n elettroni passino nel quantum-dot e sciviamo le relazioni fondamentali:

$$\begin{cases} Q_t - Q_g = -ne \\ \frac{Q_t}{C_t} + \frac{Q_g}{C_g} = V_g \end{cases} \quad (1)$$

L'energia totale è:

$$\begin{aligned} \Delta W &= \frac{1}{2} C_g V_{gate}^2 + \frac{1}{2} C_t V_{tunnel}^2 = \\ &= \frac{1}{2} \frac{Q_g^2}{C_g} + \frac{1}{2} \frac{Q_t^2}{C_t} \end{aligned} \quad (2)$$

L9

Il lavoro compiuto dal generatore e^- :

$$\Delta L = Q_g V_g \quad (3)$$

L'energia libera:

$$\Delta F = \Delta W - \Delta L \quad (4)$$

dove essa minima in corrispondenza all'effettivo numero d. elettroni trasportati entro il quantum-dot.

Dalle (1) troviamo Q_t e Q_g :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_t = Q_g - ne \\ \frac{Q_g - ne}{C_t} + \frac{Q_g}{C_g} = V_g \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} Q_t = Q_f - ne \\ Q_g \left(\frac{1}{C_t} + \frac{1}{C_g} \right) = V_g + \frac{ne}{C_t} \end{array} \right.$$

$$Q_g = \frac{C_t C_g}{C_t + C_g} \left(V_g + \frac{ne}{C_t} \right)$$

$$Q_t = \frac{C_t C_g}{C_t + C_g} \left[\left(V_g + \frac{ne}{C_t} \right) - ne \frac{C_t + C_g}{C_t C_g} \right] =$$

$$= \frac{Ct + Cg}{Ct + Cg} \left[V_g + \cancel{\frac{ne}{Ct}} - \cancel{\frac{ne}{Ct}} - \frac{ne}{Cg} \right] \Rightarrow$$

$$(5) \begin{cases} Q_g = \frac{Ct Cg}{Ct + Cg} \left(V_g + \frac{ne}{Ct} \right) \\ Q_t = \frac{Ct Cg}{Ct + Cg} \left(V_g - \frac{ne}{Cg} \right) \end{cases}$$

Calcolo l'energia da (2):

$$\Delta W = \frac{1}{2} \frac{1}{g} \frac{Ct^2 Cg^2}{(Ct + Cg)^2} \left(V_g + \frac{ne}{Ct} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{Ct} \frac{C^2 G^2}{(Ct + G)^2} \left(V_g - \frac{ne}{Cg} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{C^2 G^2}{(Ct + Cg)^2} \left[\frac{1}{Cg} \left(V_g^2 + \frac{n^2 e^2}{Ct^2} + 2V_g \cancel{\frac{ne}{Ct}} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{Ct} \left(V_g^2 + \frac{n^2 e^2}{Cg^2} - 2V_g \cancel{\frac{ne}{Cg}} \right) \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{C^2 G^2}{(Ct + Cg)^2} \left[\frac{V_g^2}{Cg} + \frac{V_g^2}{Ct} + \frac{n^2 e^2}{Cg Ct^2} + \frac{n^2 e^2}{Ct Cg^2} \right] =$$

[11]

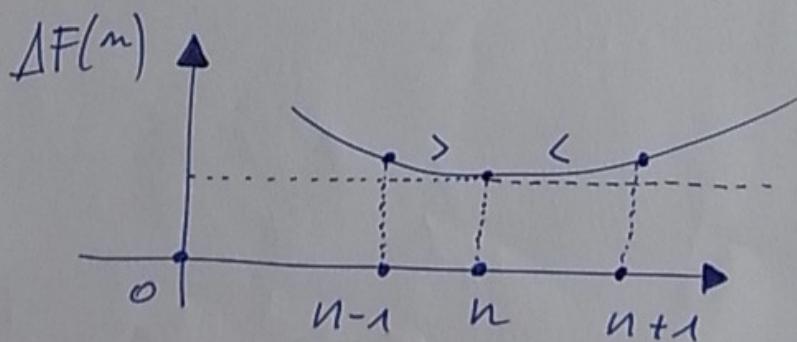
$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \frac{C^2 G_f^2}{(C+G_f)^2} \left[\left(V_g^2 + \frac{n^2 e^2}{C+G_f} \right) \frac{1}{G_f} + \left(V_g^2 + \frac{n^2 e^2}{C+G_f} \right) \frac{1}{C} \right] = \\
 &= \frac{1}{2} \frac{C^2 G_f^2}{(C+G_f)^2} \frac{C_f + C_E}{C_f G_f} \left(V_g^2 + \frac{n^2 e^2}{C+G_f} \right) = \\
 &= \frac{1}{2} \frac{C \cdot G_f}{C + G_f} \left(V_g^2 + \frac{n^2 e^2}{C+G_f} \right) \quad (6)
 \end{aligned}$$

Quindi:

$$\Delta F = \frac{1}{2} \frac{C G_f}{C + G_f} \left(V_g^2 + \frac{n^2 e^2}{C+G_f} \right) - \frac{C G_f}{C + G_f} \left(V_g^2 + \frac{n e V_g}{C} \right) \quad (7)$$

 ΔF è minimo rispetto ad n se

$$\begin{cases} \Delta F(n+1) > \Delta F(n) \\ \Delta F(n-1) > \Delta F(n) \end{cases}$$



12

$$\frac{1}{2} \left(V_g^2 + \frac{(n+1)^2 e^2}{C+C_g} \right) - \left(V_g^2 + \frac{(n+1)eV_g}{C} \right) >$$

$$> \frac{1}{2} \left(V_g^2 + \frac{n^2 e^2}{C+C_g} \right) - \left(V_g^2 + \frac{n e V_g}{C} \right)$$

$$\frac{1}{2} \frac{(n+1)^2 e^2}{C+C_g} - \frac{(n+1)eV_g}{C} > \frac{1}{2} \frac{n^2 e^2}{C+C_g} - \frac{n e V_g}{C}$$

$$\frac{1}{2} \frac{e^2}{C_g} (2n+1) > e V_g \Rightarrow \boxed{V_g < \frac{e}{C_g} \left(n + \frac{1}{2} \right)} \quad (8)$$

l'altra:

$$\frac{1}{2} \frac{(n-1)^2 e^2}{C_g} - \frac{(n-1)eV_g}{1} > \frac{1}{2} \frac{n^2 e^2}{C_g} - \frac{n e V_g}{1}$$

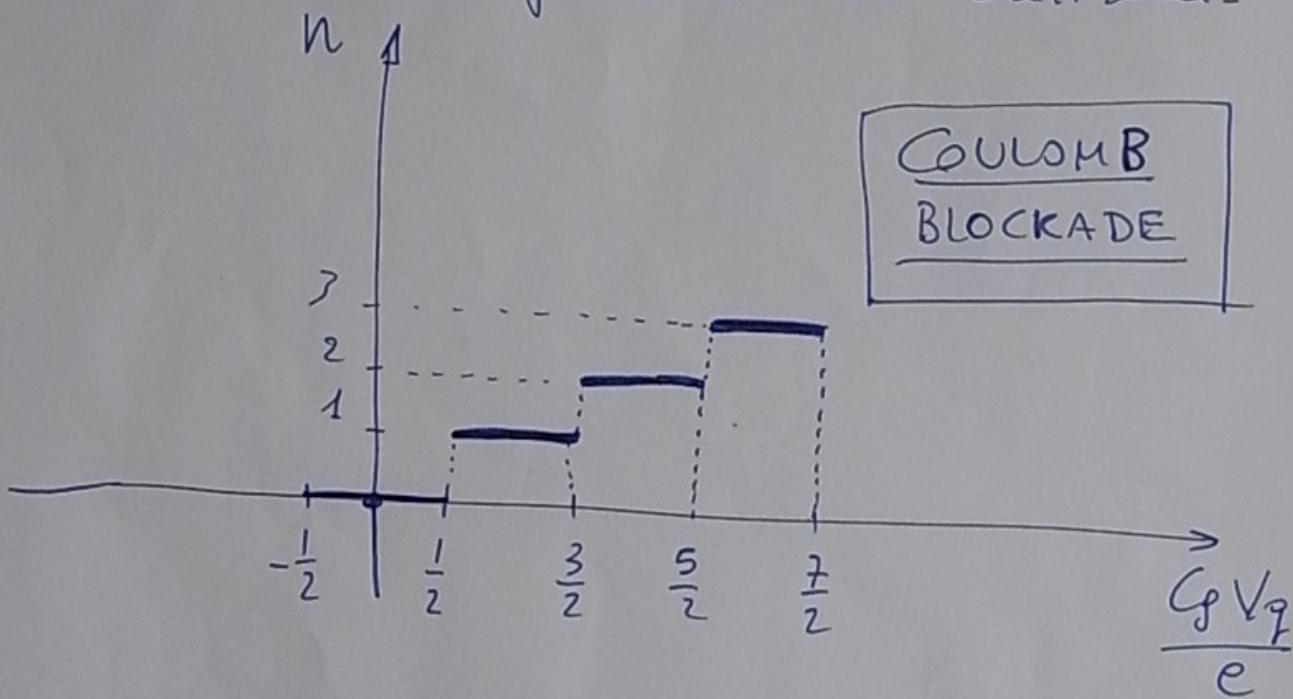
$$\frac{1}{2} \frac{e^2}{C_g} (1-2n) > -e V_g \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{e^2}{C_g} (2n-1) < e V_g$$

$$\boxed{V_g > \frac{e}{C_g} \left(n - \frac{1}{2} \right)} \quad (9)$$

13

$$\frac{e}{Cg} \left(n - \frac{1}{2} \right) < V_g < \frac{e}{Cg} \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (10)$$

che rappresenta gli intervalli di V_g
in cui si troveranno n elettroni.

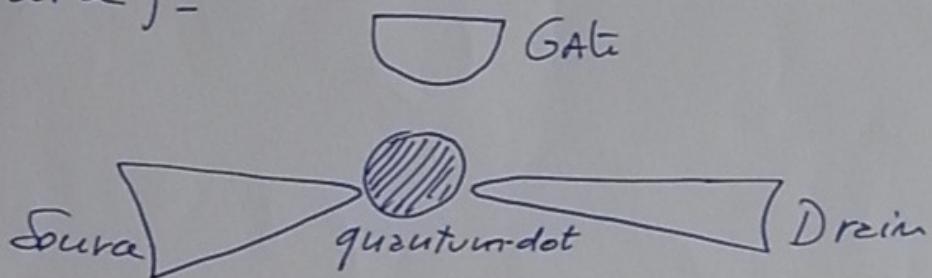


La figura conferma che per ogni
stato occupabile del quantum dot
vi è un intervallo per la
quantità $\frac{G V_g}{e}$ per cui quel livello
è mantenuto stabilmente.

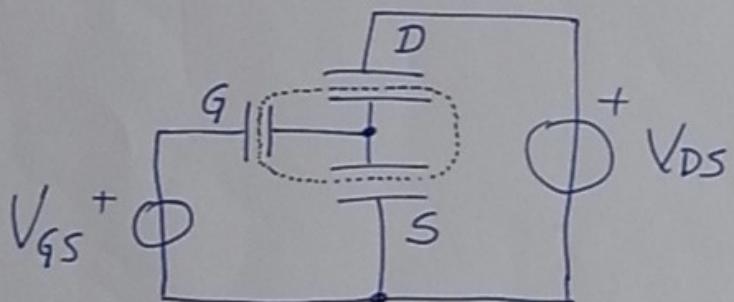
SINGLE-ELECTRON TRANSISTOR

U4

È una struttura formata da un quantum-dot
una giunzione capacitiva (l-gate) e
due giunctioni tunnel (dette d. drain e
d. source) -



Il circuito equivalente:

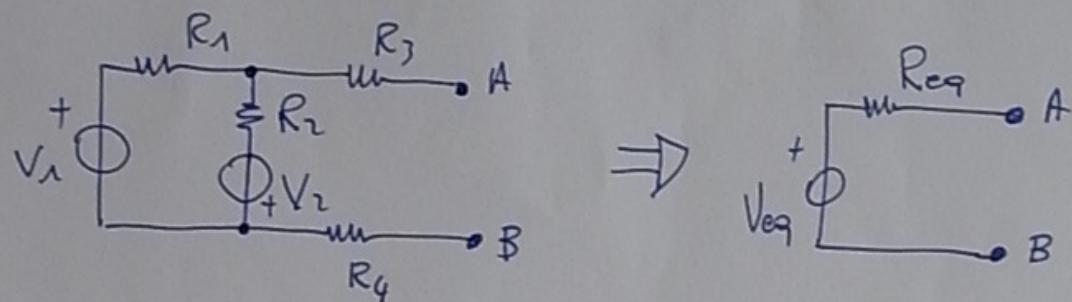


Per analizzare il funzionamento di questa struttura non può utilizzare il teorema di Thevenin al fine di utilizzare il risultato precedente delle Coulomb-Blockade (10) alle due giunctioni tunnel di drain e source.

Breve richiamo al teorema d. Thévenin

15

Una rete elettrica avuti due nodi preferenziali (detti porta) è equivalente ad uno schema elementare come segue:

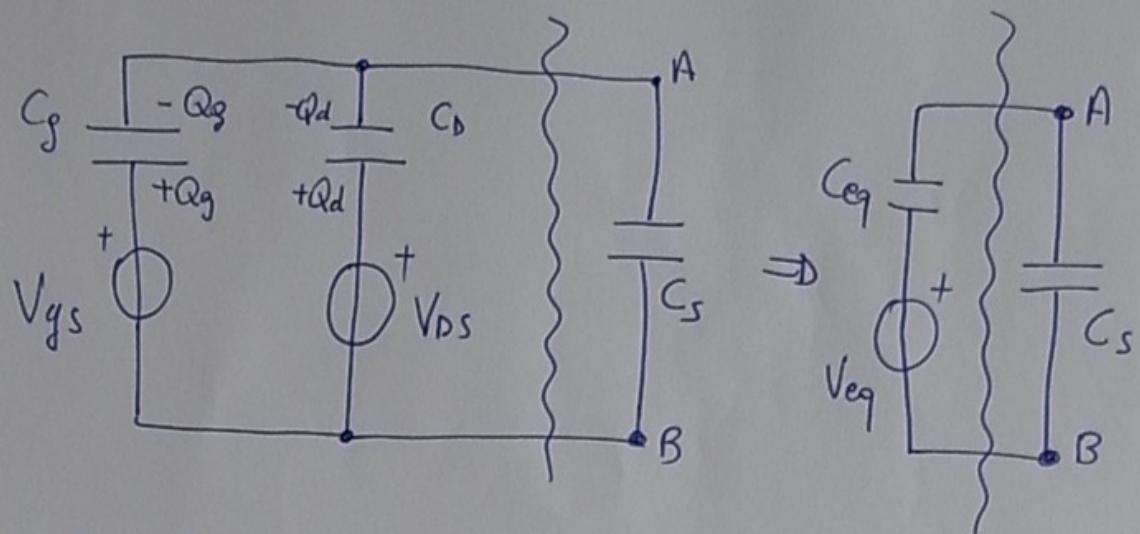


dove Req è la resistenza che si vede ai morselli A-B con i generatori passivati (gen. di tensione cortocircuitati e gen. d'corrente aperti) e V_{eq} è la tensione a vuoto dello schema sui morselli A-B.
Lo stesso discorso vale per reti con condensatori e generatori d. tensione.

— — — — — — — — — —
Lo schema del SET lo mettiamo nelle forme da isolare prima C_S e poi C_D generando due schemi:

Schemma per CS :

16



naturalmente :

poi:

$$C_{eq} = C_g + C_d \quad (11)$$

$$\begin{cases} Q_g + Q_d = 0 \\ V_{gs} - \frac{Q_g}{C_g} = V_{ds} - \frac{Q_d}{C_d} = V_{cq} \end{cases}$$

$$V_{ds} - V_{gs} = \frac{Q_d}{C_d} - \frac{Q_g}{C_g} = Q_d \left(\frac{1}{C_d} + \frac{1}{C_g} \right)$$

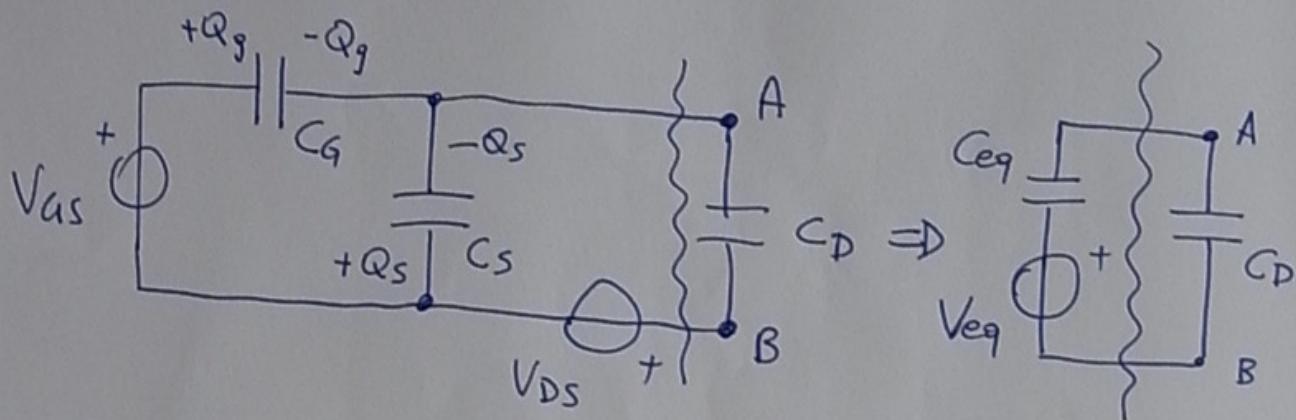
$$Q_d = (V_{ds} - V_{gs}) \frac{C_d C_g}{C_d + C_g}$$

$$\begin{aligned} V_{eq} &= V_{ds} - (V_{ds} - V_{gs}) \frac{C_g}{C_d + C_g} = \\ &= \frac{V_{ds} C_d + V_{gs} C_g - V_{ds} C_g + V_{gs} C_d}{C_d + C_g} \end{aligned}$$

\Rightarrow

$$V_{eq} = \frac{V_{ds} C_d + V_{gs} C_g}{C_d + C_g} \quad (12)$$

Schema per C_D :



Oncor:

$$\boxed{C_{eq} = C_S + C_g} \quad (13)$$

c:

$$\begin{cases} Q_g + Q_s = 0 \\ V_{GS} - \frac{Q_g}{C_g} = -\frac{Q_s}{C_S} \end{cases} \quad V_{eq} = -\frac{Q_s}{C_S} - V_{DS}$$

$$V_{GS} = \frac{Q_g}{C_g} - \frac{Q_s}{C_S} = -Q_s \left(\frac{1}{C_g} + \frac{1}{C_S} \right)$$

$$Q_s = -V_{GS} \frac{C_g C_S}{C_g + C_S}$$

$$\boxed{V_{eq} = V_{GS} \frac{C_g}{C_g + C_S} - V_{DS}} \quad (14)$$

Allora la duplice Coulomb blockade
comporta:

18

$$\frac{e}{C_g + C_d} \left(n - \frac{1}{2} \right) < \frac{V_{DS} C_D + V_{GS} C_g}{C_d + C_g} < \frac{e}{C_g + C_d} \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{e}{C_s + C_g} \left(n - \frac{1}{2} \right) < V_{GS} \frac{C_g}{C_g + C_s} - V_{DS} < \frac{e}{C_s + C_g} \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

da cui:

$$\begin{cases} e \left(n - \frac{1}{2} \right) < V_{DS} C_D + V_{GS} C_g < e \left(n + \frac{1}{2} \right) \\ -V_{GS} \frac{C_g}{C_g + C_s} + \frac{e}{C_g + C_s} \left(n - \frac{1}{2} \right) < -V_{DS} < -V_{GS} \frac{C_g}{C_g + C_s} + \frac{e}{C_g + C_s} \left(n + \frac{1}{2} \right) \end{cases}$$

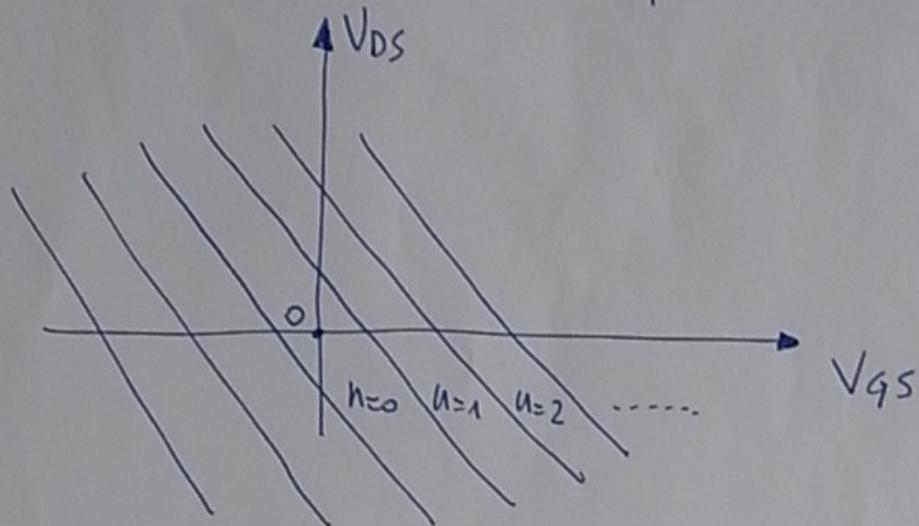
ed ancora:

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{e}{C_D} \left(n - \frac{1}{2} \right) - V_{GS} \frac{C_g}{C_D} &< V_{DS} < \frac{e}{C_D} \left(n + \frac{1}{2} \right) - V_{GS} \frac{C_g}{C_D} \\ \frac{1}{C_g + C_s} \left(V_{GS} C_g - \left(n - \frac{1}{2} \right) e \right) &> V_{DS} > \frac{1}{C_g + C_s} \left(V_{GS} C_g - \left(n + \frac{1}{2} \right) e \right) \end{aligned}} \quad \begin{matrix} (a) \\ (b) \end{matrix}$$

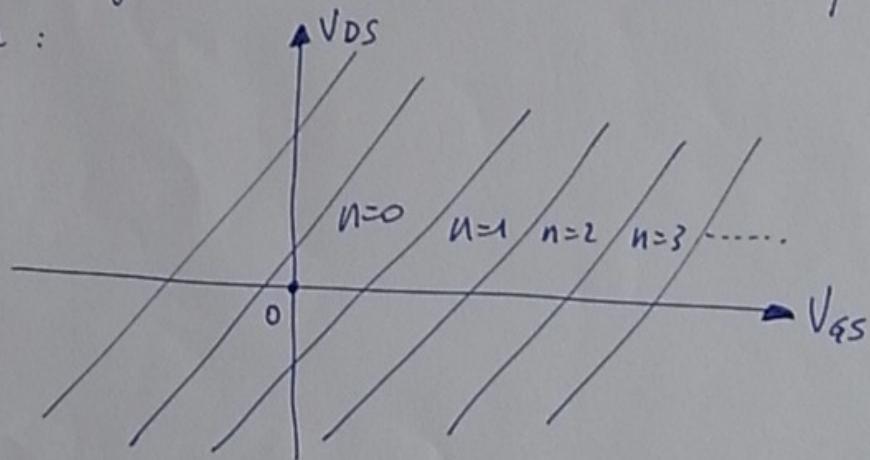
(15)

la relazione (15.a) nel piano V_{DS} - V_{GS}

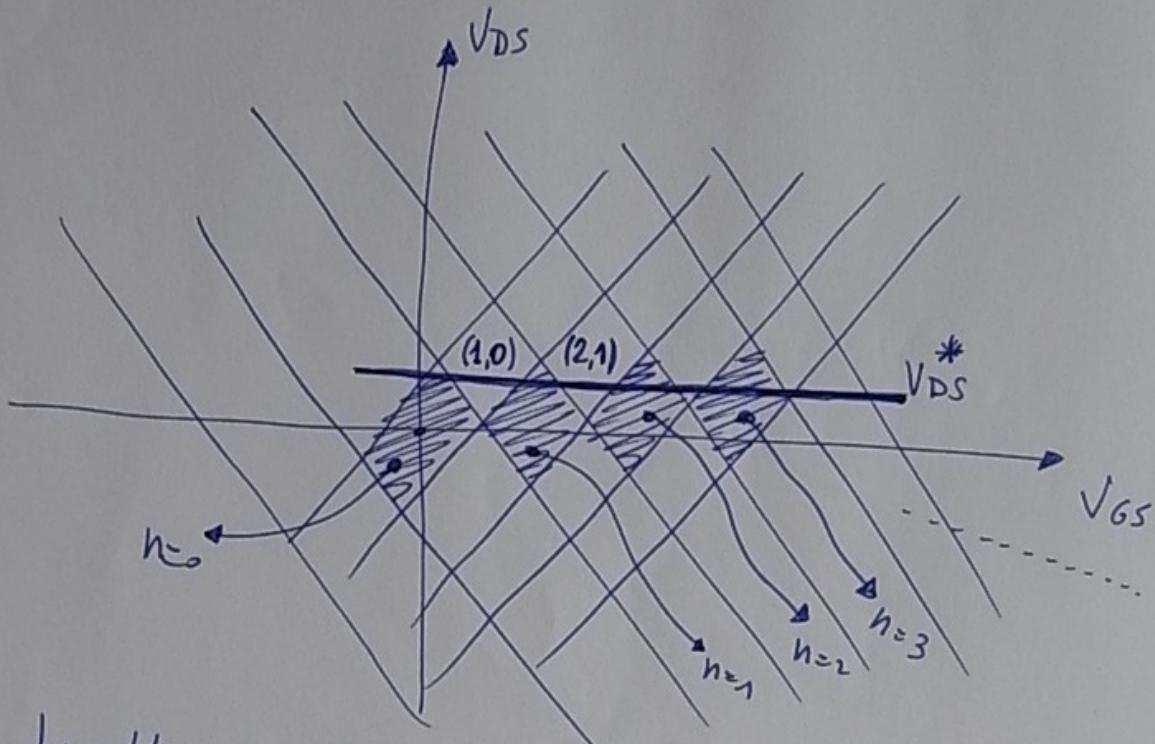
genera delle strisce a pendente negativa:



Analogamente la relazione (15.b) nel piano V_{DS} - V_{GS} genera altre strisce a pendente positiva:



Sottraendo i due schemi si ottiene il seguente grafico fondamentale:



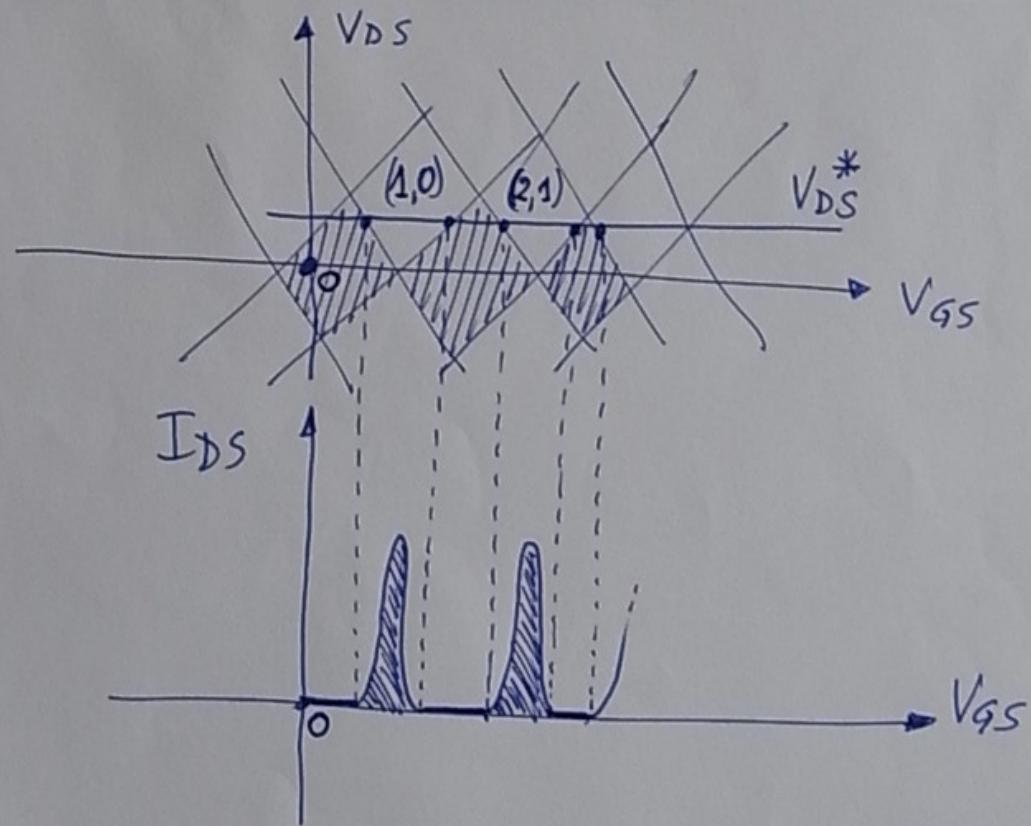
I tratti scuri corrispondono a combinazioni stabili di V_{DS} e V_{GS} in corrispondenza dei quali il numero d. elettroni nel quanton dot è bloccato.

Nelle altre zone del piano vi sono due numeri quantici differenti e quindi sono zone di instabilità e come vedremo in tab. tone vi c'è il funzionamento tipo transistor.

Supponiamo che V_{DS} sia fissato a V_{DS}^* e variamo V_{GS} - Quando la retta $V_{DS}=V_{DS}^*$ interseca le zone "scure" siamo in condizioni d. instabilità.

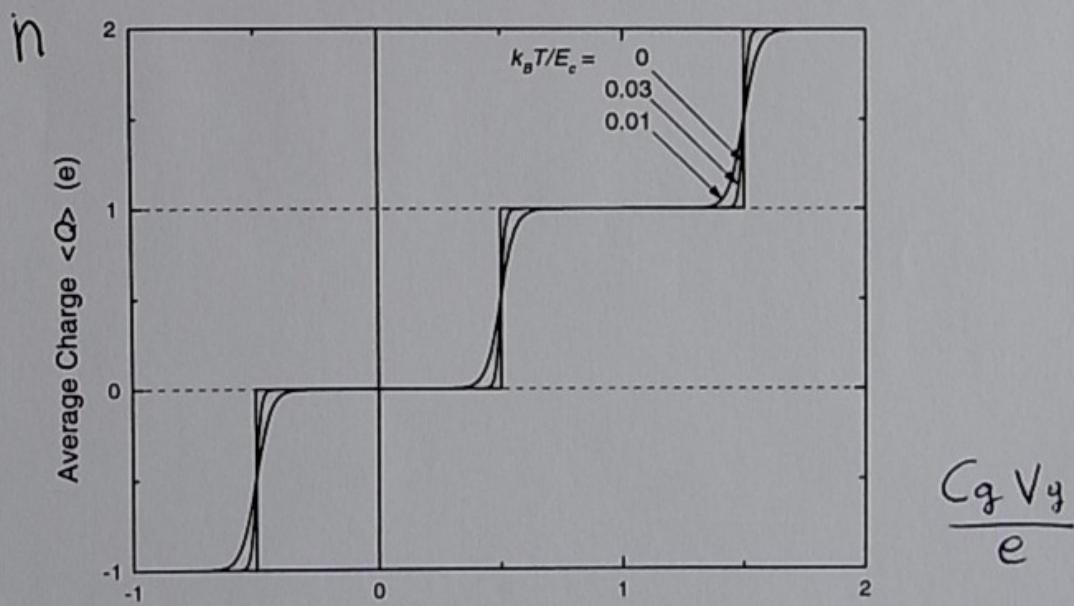
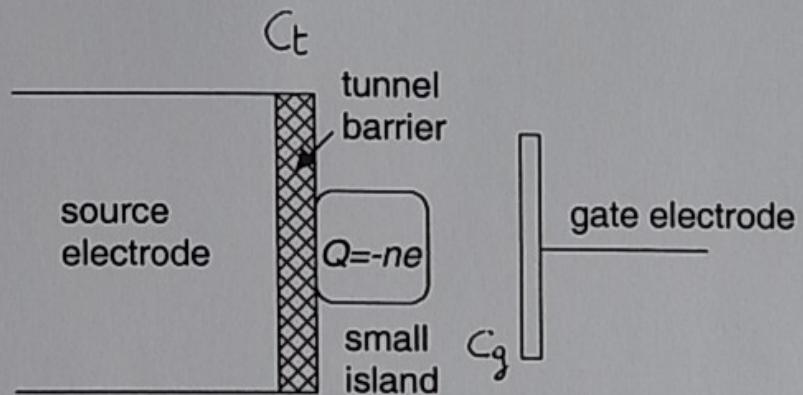
Quando V_{GS} è tale da essere nella zona (1,0) significa che $n=1$ è preferibile per la giuntura d. source col m=0 e' preferibile per la giuntura d. drain. Allora 1 elettrone entra dal source ed esce dal drain creando una corrente. Stesso discorso nella zona (2,1) e così via...

Si ottiene una corrente:



[22]

Single electron device



Single electron transistor

[23]

